Fakulta informačních technologií ČVUT v Praze

Přijímací zkouška z matematiky 2025

22.10.2024

Verze s výsledky je v tomto dokumentu níže.

Kód uchazeče ID: .... Varianta: VZOR 2025

Příklad 1 (3b)**.** Mějme tři čísla zapsaná v sedmičkové soustavě: 1456_7, 1526_7 a 4345_7. Vyjádřete jejich součet také v sedmičkové soustavě.

(a) $1456_7 + 1526_7 + 4345_7 = 10663_7$.

(b) $1456_7 + 1526_7 + 4345_7 = 7327_7$.

(c) $1456_7 + 1526_7 + 4345_7 = 11063_7$.

(d) $1456_7 + 1526_7 + 4345_7 = 10653_7$.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 2 (7b)**.** Které z následujících tvrzení o definičním oboru funkce

$$f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{\frac{1}{x^2 - x - \frac{3}{4}}}$$

je pravdivé?

(a) Definiční obor je $\langle -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \rangle$.

(b) Definiční obor je $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \cup \langle 2, +\infty)$.

(c) Žádná z ostatních možností není správná.

(d) Definiční obor je $\langle -2, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$.

(e) Definičním oborem jsou všechna kladná čísla.

Příklad 3 (7b)**.** Mezi kořeny kvadratické rovnice

$$x^2 - 30x + 81 = 0$$

vložte čtyři čísla tak, aby spolu s vypočtenými kořeny tvořili šest po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti. Rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Žádná z ostatních možností není správná.

(b) Diference vzniklé posloupnosti je $d = 4$.

(c) Součet prvního a posledního vloženého čísla je 27.

(d) Čtvrtý člen vzniklé posloupnosti je $\frac{87}{5}$.

(e) Třetí člen vzniklé posloupnosti je 15.

Příklad 4 (7b)**.** Pro řešení rovnice

$$\frac{\log_3^2(9x)}{\log_3(81x^2)} = \frac{3}{2}$$

platí:

(a) Řešení je nekonečně mnoho.

(b) Součin všech různých řešení je $\frac{1}{3}$.

(c) Rovnice má řešení menší než $\frac{1}{9}$.

(d) Rovnice nemá řešení.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 5 (7b)**.** Nalezněte obor hodnot funkce

$$f(x) = 2 - 3\mathrm{cotg}(x-1)\,.$$

(a) Obor hodnot je $\left(1-\frac{\pi}{2}, 1+\frac{\pi}{2}\right)$.

(b) Obor hodnot je $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(c) Obor hodnot je $\langle -1, 5\rangle$.

(d) Obor hodnot jsou všechna reálná čísla.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 6 (7b)**.** Jsou dány dvě množiny $A = \{x \mid x^2+4x-2>0\}$ a $B = \{x \mid |x+1| \le 3\}$. Rozdílem množin A mínus B je

(a) Žádná z ostatních možností není správná.

(b) $(-2+\sqrt{6}, 2\rangle$

(c) $\langle -4, -2+\sqrt{6})$

(d) $(-\infty, -2-\sqrt{6}) \cup (2, \infty)$

(e) $(-2-\sqrt{6}, 4\rangle$

Příklad 7 (7b)**.** Najděte všechna reálná řešení nerovnice

$$(x+1)^3 \leq (x+1)^{-1}\,.$$

(a) $x \in (-\infty, -2\rangle \cup \langle 0, \infty)$

(b) Žádná z ostatních možností není správná.

(c) $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$

(d) $x \in \langle -2, 0\rangle$

(e) $x \in (-\infty, -2\rangle \cup (-1, 0\rangle$

Příklad 8 (7b)**.** Student měl spočítat 70 úloh. Kdyby denně vyřešil o 2 úlohy více, skončil by o 4 dny dříve. Rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Kdyby počítal denně o 3 úlohy více, skončil by o 6 dní dříve.

(b) Kdyby počítal denně o 3 úlohy méně, skončil by o 5 dní později.

(c) Kdyby počítal denně o 5 úloh více, skončil by o 7 dní dříve.

(d) Kdyby počítal denně o 2 úlohy méně, skončil by o 6 dní později.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 9 (7b)**.** Určete hodnoty parametrů a, b tak, aby přímky

$$p : ax + 4y + 1 = 0 \qquad \text{a} \qquad q : 3x + 2y - b = 0$$

měly právě jeden společný bod.

(a) Žádná z ostatních možností není správná.

(b) $a = -\frac{8}{3}$, $b \neq \frac{1}{2}$

(c) $a \neq -\frac{8}{3}$, $b \in \mathbb{R}$

(d) $a \neq 6$, $b \in \mathbb{R}$

(e) $a \neq 6$, $b \neq -1$

Příklad 10 (7b)**.** Určete hodnoty reálného parametru p tak, aby rovnice

$$p^2(2x-8)+p(x^2-6x+8)+4x-x^2=0$$

měla jediné řešení, a rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Existují dvě taková p.

(b) Žádná z ostatních možností není správná.

(c) Takových p je nekonečně mnoho.

(d) Takový parametr p neexistuje.

(e) Existuje jen jedno takové p.

Příklad 11 (7b)**.** Rozhodněte, které tvrzení o řešeních rovnice

$$(x^2-x+3)^2-8(x^2-x)=9$$

je pravdivé.

(a) Rovnice má pouze nezáporná řešení.

(b) Rovnice nemá řešení.

(c) Žádná z ostatních možností není správná.

(d) Všechna reálná řešení rovnice leží v intervalu $\langle -1,3\rangle$.

(e) Součin všech reálných řešení je -2.

Příklad 12 (7b)**.** Kuželosečku danou rovnicí

$$x^2-4x+y^2-6y+9=0$$

posuňte rovnoběžně s osou y tak, aby se dotýkala osy x. Bodem dotyku je bod

(a) Žádná z ostatních možností není správná.

(b) $[2,3]$

(c) $[3,0]$

(d) $[2,0]$

(e) $[0,2]$

Příklad 13 (3b)**.** Kladné číslo x je o 20 % menší než kladné číslo y. O kolik procent je číslo y větší než číslo x?

(a) Číslo y je o 25 % větší než číslo x.

(b) Číslo y je o 33 % větší než číslo x.

(c) Žádná z ostatních možností není správná.

(d) Číslo y je o 15 % větší než číslo x.

(e) Číslo y je o 20 % větší než číslo x.

Příklad 14 (7b)**.** Pokud bude v sobotu pršet, půjdeme hrát badminton. Pokud budeme hrát badminton, navštívíme saunu. Rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Žádná z ostatních možností není správná.

(b) Pokud bude hezky, nenavštívíme saunu.

(c) Pokud jsme navštívili saunu, tak jsme hráli badminton.

(d) V sobotu jsme hráli badminton a navšívili saunu.

(e) Pokud v sobotu pršelo, tak jsme navštívili saunu.

Příklad 15 (7b)**.** Kolika způsoby je možné vybrat čtyřciferné číslo tak, aby bylo dělitelné pěti?

(a) 1800

(b) 2000

(c) 1296

(d) Žádná z ostatních možností není správná.

(e) 240

Příklad 16 (3b)**.** Binární operace $\star$ je definovaná jako $a \star b = a - b - 2b$. Určete hodnotu neznámé x tak, aby

$$(3 \star x) \star 2 = 1\,.$$

(a) Rovnice má jedno záporné řešení.

(b) Žádná z ostatních možností není správná.

(c) Rovnice má jedno kladné řešení.

(d) Rovnice má dvě řešení a jejich součet je 10.

(e) Rovnice nemá řešení.